Ingenieurinformatik

Numerik für Ingenieure

Name	Vorname	Semestergruppe	Hörsaal

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Summe

Studienbeginn vor WS13/14 (Kombinationsprüfung) **	☐
Studienbeginn ab WS13/14 bis WS15/16 **	☐
Studienbeginn ab SS16 (Kombinationsprüfung)	☐
Diplomstudiengang Maschinenbau**	☐

**** Die Prüfung ist nur dann gültig, wenn Sie die Zulassungsvoraussetzung erworben haben (erfolgreiche Teilnahme am Praktikum).**

Aufgabensteller: Dr. Reichl, Dr. Küpper und Kollegen

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Hilfsmittel:
- **Taschenrechner <u>nicht</u> zugelassen**
- **PC/Notebook <u>nicht</u> zugelassen**
- **Sonstige eigene Hilfsmittel sind erlaubt**
- **Bearbeitung mit Bleistift ist erlaubt**

****** Viel Erfolg!!! ******

Aufgabe 1: (ca. 15 Punkte)

Das abgebildete C-Programm dient zur numerischen Berechnung des folgenden Integrals:

$$Y = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

```
/* Vereinfachtes, nicht optimiertes (!) Trapezverfahren */
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double trapez(double a, double b);
double f(double x);

int main(void)
{
    double a, b, Y;
    printf("Integration von a = "); scanf("%lf", &a);
    printf("Integration bis b = "); scanf("%lf", &b);
    Y = trapez(a, b);
    printf("Integral = %f\n", Y);
    return 0;
}

double trapez(double a, double b)
{
    int i, anz_flaechen = 1000;
    double Y = 0, dx = (b - a) / anz_flaechen;
    for(i = 0; i < anz_flaechen; ++i)
        Y += (f(a + i * dx) + f(a + (i + 1) * dx)) * dx / 2;
    return Y;
}

double f(double x)
{
    return sin(x) * cos(x);
}
```

1.1. Wie lautet die Funktion $f(x)$, die in dem abgebildeten Quelltext fest einprogrammiert ist?

$f(x) =$

1.2. Zur numerischen Integration wird das sog. Trapezverfahren eingesetzt. Das zu berechnende Integral wird durch eine große Anzahl von Trapezflächen angenähert, die alle aufsummiert werden. Welche Anzahl ist im C-Quelltext fest einprogrammiert?

$\text{Anzahl} =$

1.3. Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion „trapez“ zur numerischen Integration, deren Aufbau der abgebildeten C-Funktion bis auf den folgenden Unterschied entspricht:

In der MATLAB-Funktion „trapez“ soll die zu integrierende Funktion $f(x)$ nicht fest einprogrammiert sein. Stattdessen wird die zu integrierende Funktion $f(x)$ beim Funktionsaufruf <u>mittels Function-Handle übergeben</u> (Übergabeparameter „fun“ <u>zusätzlich</u> zu den beiden Parametern „a“ und „b“ aus der C-Funktion).

Lösung zu Aufgabe 1.3:

1.4. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Aufruf der in 1.3 programmierten Funktion „trapez“. Es soll das folgende Integral berechnet und das Ergebnis Y auf dem Bildschirm ausgegeben werden:

$$Y = \int_{0}^{10} \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$$

Aufgabe 2: (ca. 12 Punkte)

Gegeben seien die Matrix A sowie die Vektoren $\vec{v}_1,\ \vec{v}_2$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2.1. A hat reelle Eigenwerte und Eigenvektoren. Zeigen Sie durch eine kurze Berechnung, welche der Vektoren $\vec{v}_1,\ \vec{v}_2$ Eigenvektoren von A sind (Berechnungsschritte aufschreiben!).

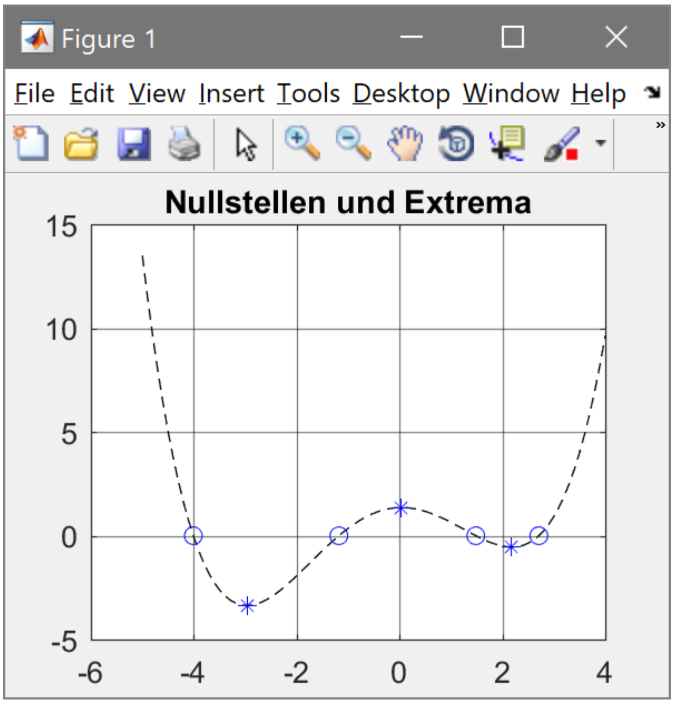
Wie lautet jeweils der dazugehörende Eigenwert?

2.2. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur Berechnung der Eigenwerte <u>und</u> Eigenvektoren der oben angegebenen Matrix A. Die Matrix hat reelle Eigenwerte und Eigenvektoren, komplexe Ergebnisse müssen daher nicht berücksichtigt werden. Die Ausgabe soll in dem folgenden Format erfolgen:

```
1. Eigenwert: 6.000, Eigenvektor: (0.000, 1.000)
2. Eigenwert: 3.000, Eigenvektor: (0.316, 0.949)
```

Aufgabe 3: (ca. 14 Punkte)

Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur grafischen Darstellung des folgenden Polynoms (so wie in der Abbildung gezeigt):



$$f(x) = \frac{1}{14}(x^4 + x^3 - 13x^2 + x + 19)$$

- Die x-Werte liegen im Bereich $-5 \ldots 4$.
- Das Polynom wird in <u>schwarzer</u> Farbe gestrichelt dargestellt. (**)
- Die vier Nullstellen des Polynoms werden durch <u>blaue Kreise</u> markiert.
- Die drei Extremwerte (ein Hochpunkt, zwei Tiefpunkte) werden durch <u>blaue Sterne</u> markiert.
- Beachten Sie, dass sowohl ein Titel als auch Gitterlinien ausgegeben werden.

(**) Der Abstand der x-Werte ist ausreichend fein zu wählen, sodass der Verlauf der Funktion $f(x)$ ohne „Ecken und Kanten“ gezeichnet wird.

Aufgabe 4: (ca. 17 Punkte)

Die folgende Differentialgleichung soll im Intervall $t = 1 \dots 1{,}5$ numerisch gelöst werden:

$$\ddot{x} - 6\dot{x} + 9x = \frac{e^{3t}}{t^2}$$

Für die Anfangswerte bei $t = 1$ gilt:

$$x(1) = 1 \qquad \dot{x}(1) = 1$$

4.1. Wandeln Sie die oben angegebene Differentialgleichung in ein Differentialgleichungs-system erster Ordnung um. Wie lauten die dazugehörigen Anfangsbedingungen?

4.2. Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion mit dem Namen „a4_dgl“ zur Definition des Differentialgleichungssystems.

4.3. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript mit dem Namen „a4_scr“ zur Lösung des Differentialgleichungssystems im Intervall $t = 1 \dots 1{,}5$. Es soll das Lösungsverfahren „ode45“ verwendet werden.

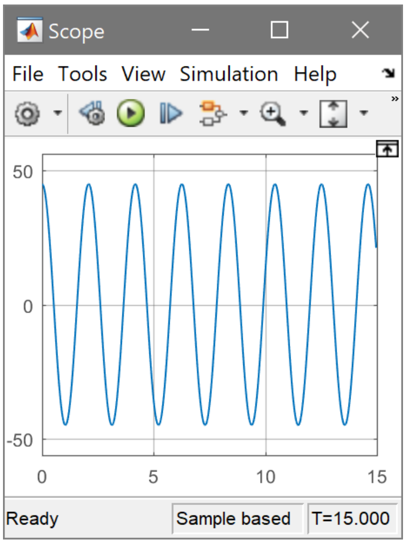
Anschließend werden die Werte von t, x und $\dot{x}$ tabellarisch mit drei Nachkommastellen ausgegeben, die Schrittweite für t soll $0{,}02$ betragen. (Achten Sie auch auf die Ausgabe der Überschrift.)

Command Window

```
  t        x       dx/dt
1.000    1.000    1.000
1.020    1.024    1.365
1.040    1.055    1.781
1.060    1.095    2.252
1.080    1.145    2.785
1.100    1.207    3.386
1.120    1.281    [illegible]
```

Aufgabe 5: (ca. 9 Punkte)

Ein Pendel ist zum Zeitpunkt $t = 0$ s um den Winkel $\varphi(0) = 45°$ ausgelenkt und befindet sich zunächst in Ruhe. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s wird das Pendel losgelassen. Die Auslenkung $\varphi(t)$ des Pendels soll im Zeitintervall $t = 0 \dots 15$ s berechnet und wie in der Abbildung gezeigt grafisch dargestellt werden.



Es gilt die folgende Differentialgleichung:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \sin(\varphi) = 0 \quad \text{mit} \quad g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{und} \quad L = 1{,}0\ \mathrm{m}$$

5.1. Zeichnen Sie ein Simulink-Modell zur Lösung dieser Differentialgleichung mit den angegebenen Anfangsbedingungen. Notieren Sie in Ihrer Zeichnung ggf. auch die Parameter, die ggf. bei den von Ihnen ausgewählten Blöcken eingestellt werden müssen.

Führen Sie die die Berechnung im Bogenmaß durch und rechnen Sie den Winkel $\varphi(t)$ erst unmittelbar vor der Darstellung im Scope-Block in Grad um!

5.2. Die Differentialgleichung soll für das Zeitintervall $t = 0 \dots 15$ s gelöst werden. Wo wird dieses Zeitintervall eingestellt?